

Untersuchungen an stromstarken Impulsentladungen

HANS JÜRGEN KUSCH und ERNST REINHOLD MEWES

Institut für Experimentalphysik der Universität Kiel

(Z. Naturforschg. **22 a**, 676—684 [1967]; eingegangen am 17. Januar 1967)

Stromstarke Impulsentladungen relativ kurzer Dauer in weiten Röhren werden auf ihre Eignung als Lichtquelle zur Erzeugung von Spektren untersucht. Diese Spektren können sowohl end-on als auch side-on beobachtet werden und gestatten die Messung von Wellenlängen, Linienbreiten und -verschiebungen als auch Linien- und Kontinuumsintensitäten in einem weiten Bereich von Temperatur und Elektronendichte.

Emissionsmessungen aus optisch dünner Schicht, bisher vornehmlich ausgeführt an Lichtbogenplasmen, gestatten die experimentelle Bestimmung von Linienbreiten und -verschiebungen sowie die Messung von Übergangswahrscheinlichkeiten und Absorptionskoeffizienten aus Linien- und Kontinuumsintensitäten¹. Diese Methode versagt jedoch, wenn Gasgemische oder chemische Verbindungen in den Bogenkanal gebracht werden. Wie Arbeiten von MAECKER und FRIE² einerseits und RICHTER³ andererseits zeigten, verursachen Diffusionsströme Änderungen der Teilchenkonzentrationen, die die Bestimmung absoluter Übergangswahrscheinlichkeiten oder Absorptionskoeffizienten in Lichtbogenplasmen unmöglich machen.

Die mit der Stromstärke anwachsende Wandbelastung erschwert zudem die Vermessung von Ionenlinien beträchtlich.

Es ist daher das Ziel dieser Arbeit, zu untersuchen, wie diese Schwierigkeiten durch Benutzung einer kurzzeitigen Entladung umgangen werden können.

Wir betrachten zunächst die zeitliche Abhängigkeit der verschiedenen Plasmamparameter und gelangen so zu einer Festlegung der optimalen Dauer des Entladungsimpulses.

A. Die Einstellung quasistationärer Zustände und die Entmischung

Durch Abschätzung der Einstellzeiten für Druckausgleich und thermisches Gleichgewicht sowie der Relaxationszeit für Diffusionsvorgänge gelangt man zu Aussagen über die optimale Dauer der Entladung.

Sei $c_s = (dp/d\rho)_s^{1/2}$ die Schallgeschwindigkeit im Plasma, so erhält man als Zeitdauer für den Ausgleich von Druckschwankungen: $\tau_d \approx \Delta x / c_s$, worin Δx eine charakteristische Länge (etwa den Durchmesser des Entladungsgefäßes) bedeutet. Für $\Delta x = 5$ cm und ein Heliumplasma von $kT = 4$ eV bzw. ein CH_4 -Plasma von $kT = 1,5$ eV ergeben sich Ausgleichszeiten von ca. $3 \mu\text{sec}$.

Wir schätzen sodann im Anschluß an GRIEM⁴ die Zeitdauer für die Gleichgewichtseinstellung für die folgenden Prozesse ab:

a) Kinetische Temperatur schwerer Teilchen und Elektronentemperatur

Für die Wechselwirkung zwischen Elektronen und Neutralteilchen erhält man:

$$\tau_{\text{kin}}^0 \approx \left[7,5 \cdot 10^{-7} \left(\frac{E_H}{kT} \right)^{3/2} N_e \right]^{-1} \frac{N}{N^1} \frac{M}{m_e},$$

worin N^1 die Ionendichte, N die Gesamtdichte und m_e bzw. M die Massen der Elektronen bzw. der Neutralteilchen sind. Für typische Werte: $N_e \approx 10^{17} \text{ cm}^{-3}$, $kT = 1,5$ bzw. 4 eV und $1 \leq M \leq 60$ ergibt sich dann bei 20% Ionisationsgrad:

$$4,5 \cdot 10^{-9} < \tau_{\text{kin}}^0 < 3 \cdot 10^{-7} \text{ sec}$$

$$\text{bzw.} \quad 2 \cdot 10^{-8} < \tau_{\text{kin}}^0 < 10^{-6} \text{ sec.}$$

Für die Wechselwirkung zwischen Elektronen und einfach geladenen Ionen berechnet sich ähnlich:

$$\tau_{\text{kin}}^1 \approx \left[7,5 \cdot 10^{-7} \left(\frac{E_H}{kT} \right)^{3/2} N_e \right]^{-1} \frac{M}{m_e}.$$

STAMPA, Z. Astrophys. **58**, 82 [1963]. — M. JUNG, Z. Astrophys. **58**, 93 [1963]. — P. BOGEN, Z. Physik **149**, 62 [1957]. — H. R. GRIEM, Z. Physik **137**, 280 [1954].

² H. MAECKER u. W. FRIE, Z. Physik **162**, 69 [1961]; **168**, 206 [1962]. — W. FRIE, Z. Physik **172**, 99 [1963].

³ J. RICHTER, Z. Astrophys. **53**, 262 [1961]. — J. RICHTER, Habilitationsschrift, Universität Kiel 1961.

⁴ H. R. GRIEM, Plasma Spectroscopy, McGraw-Hill Book Co., New York 1964.

¹ G. JÜRGENS, Z. Physik **134**, 21 [1952]. — H. MOTSCHMANN, Z. Phys. **143**, 77 [1955]. — H. MAECKER, Z. Physik **135**, 13 [1953]. — W. GERICKE, Z. Astrophys. **53**, 68 [1961]. — J. RICHTER, Z. Physik **151**, 114 [1958]. — F. MASTRUP u. W. WIESE, Z. Astrophys. **44**, 259 [1958]. — W. BÖTTCHER, O. RÖDER u. K. H. WOBIG, Z. Physik **175**, 480 [1963]. — O. RÖDER u. A. STAMPA, Z. Physik **178**, 348 [1964]. — A.



Die obigen typischen Plasmaparameter ergeben dann

$$\begin{aligned} 10^{-9} < \tau_{\text{kin}}^1 < 6 \cdot 10^{-8} \text{ sec} \\ \text{bzw.} \quad 5 \cdot 10^{-9} < \tau_{\text{kin}}^1 < 2 \cdot 10^{-7} \text{ sec.} \end{aligned}$$

b) Die Einstellung der thermischen Besetzung der Zustände

Wir schätzen zunächst die zur thermischen Besetzung der Zustände (einschließlich des Grundzustandes) notwendige Elektronendichte ab und bestimmen dann die Einstellzeit der thermischen Besetzung. Es gilt für vollständiges thermisches Gleichgewicht

$$N_e \geq 9 \cdot 10^{17} \left(\frac{E_2}{E_H} \right)^3 \cdot \left(\frac{kT}{E_H} \right)^{1/2};$$

darin ist E_2 das obere Resonanzniveau. Diese Abschätzung ergibt für Wasserstoff $N_e \approx 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ bei $kT = 1 \text{ eV}$, für neutrales Helium $N_e \approx 1,8 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ bei $kT = 4 \text{ eV}$, während typische Metalle ($E_2 \approx 4$ bzw. 10 eV) zu $N_e \approx 10^{16}$ bzw. 10^{17} cm^{-3} bei $kT = 1,5 \text{ eV}$ führen.

Die Einstellzeit der thermischen Besetzung des oberen Niveaus E_2^{Z-1} der Resonanzlinie ist

$$\tau_1 \approx 1,1 \cdot 10^7 \frac{Z^3}{f_{21} N_e} \frac{NZ}{NZ + Z - 1} \left(\frac{kT}{Z^2 E_H} \right)^{1/2} \exp \left(\frac{E_2^{Z-1}}{kT} \right)$$

mit f_{21} als Absorptionsoszillatorenstärke der Resonanzlinie. Für Wasserstoff bei $N_e = 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ und $kT = 1 \text{ eV}$ ergibt sich $\tau_1 \approx 2 \mu\text{sec}$, während typische Metalllinien ($E_2 \approx 4 \text{ eV}$) bei $kT = 1,5 \text{ eV}$, $N_e \approx 2 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ und 20% Ionisationsgrad Einstellzeiten $\tau_1 \approx 10^{-9} \text{ sec}$ haben ($f_{21} \approx 0,1$ gesetzt).

c) Die Einstellzeiten von Diffusionsgleichgewichten

Die Einstellzeit von Diffusionsgleichgewichten schätzen wir etwas summarisch folgendermaßen ab: bekanntlich ist die Diffusionskonstante

$$D = \Delta x^2 / \tau,$$

worin Δx eine charakteristische Länge und τ die zugehörige Zeit bedeutet. Für die Diffusion schwerer Teilchen in einem Plasma mit den Komponenten H (Wasserstoff) und A (Atomgewicht $A \approx 30$, Ionisationsenergie $\approx 6 \text{ eV}$) ist D (sowohl neutral – neutral als auch Ion – Ion) von der Größenordnung 10^2 bis $10^3 \text{ cm}^2 \text{ sec}^{-1}$. Damit wird für $\Delta x \approx$ Gefäßdimensionen $\approx 1 \text{ cm}$:

$$1 \text{ msec} < \tau < 10 \text{ msec}.$$

Somit ist für geringere Entladungsdauern Reaktionsentmischung zu vernachlässigen. Dieses folgt auch aus der Tatsache, daß die später mitgeteilten Tem-

peratur-Teilchendichte-Profile nicht mit Hilfe der stationären ELENBAAS-HELLERSchen Differentialgleichung⁵ beschrieben werden können.

B. Die experimentelle Anordnung

a) Die Stromversorgung

Als Anordnung zur Erzeugung stromstarker Rechteckimpulse wurde ein Kettenleiter gewählt, dessen Impulsdauer ca. $60 \mu\text{sec}$ (zur Erfüllung der Forderungen aus c) betrug.

Zehn Impulskondensatoren (Kapazität je $20 \mu\text{F}$, maximale Ladespannung 10 kV) sind mit neun Induktivitäten von je $0,4 \mu\text{H}$ verbunden. Die dem Verbraucher zugewandte Induktivität wurde zu $1,0 \mu\text{H}$ gewählt; dadurch ergab sich ein Optimum von Anstiegssteilheit und Überspringen. Die Verbindung von Kondensatoren und Induktivitäten geschah zur Vermeidung schädlicher Leiterschleifen mit Bandleitern. Die Spulen sind aus 16 mm^2 Kupferdraht hergestellt. Um ihnen bei Stromdurchfluß die notwendige mechanische Festigkeit zu gewähren, wurden sie auf Pertinaxrohre gewickelt und mit Araldit vergossen.

Der Abschlußwiderstand der Anordnung (gleich dem Wellenwiderstand $Z = 0,14 \Omega$) wurde aus Kohle gefertigt. Drei parallel geschaltete Kohlestäbe (Ringsdorff RKS, 12 mm Durchmesser), die an den Enden galvanisch verkupfert waren, wurden in Kupferbacken eingespannt. Als Schaltfunkenstrecke dienten zwei Kugelflächenelektroden aus Eisen, deren Abstand entsprechend der verwendeten Ladespannung eingestellt wurde; eine Elektrode enthielt in üblicher Weise die Triggervorrichtung.

Die flexible Verbindung der Kondensatorbatterie mit dem Entladungsrohr geschah durch Koaxialkabel (60Ω -Sendekabel, 6 Leitungen parallel), die in zwei Kupferplatten als Kollektoren enden. Die Maximalstromstärke der Kondensatorbatterie betrug 35 kA .

Gleichmäßiges Durchzünden der Entladung über den ganzen Querschnitt des Entladungsrohres gewährleistete eine Glimmentladung, die jeweils vorher eingeschaltet wurde. Da die Entladung aus einem Halbwellengleichrichter (6 kV , 100 mA) gespeist wurde, geschah die Triggerung des Zündgerätes (bestückt mit einem Wasserstoff-Thyratron PL 435 im Leistungsteil) über einen phasenempfindlichen Verstärker, der die Funkenstrecke im Augenblick größten Glimmentladungsstromes durchzündete ließ.

b) Das Entladungsrohr

Einen Längsschnitt durch das Entladungsrohr zeigt Abb. 1. Die vakuumdichte Verbindung des ca. 100 mm langen Rohres aus DURAN 50 von 40 mm Durchmesser mit den Endverschlüssen geschah durch Rundschnurringe, die mittels konischer Metallringe gegen die

⁵ W. ELENBAAS, High Pressure Mercury Vapour Discharge, North Holland Publishing Co., Amsterdam 1951.

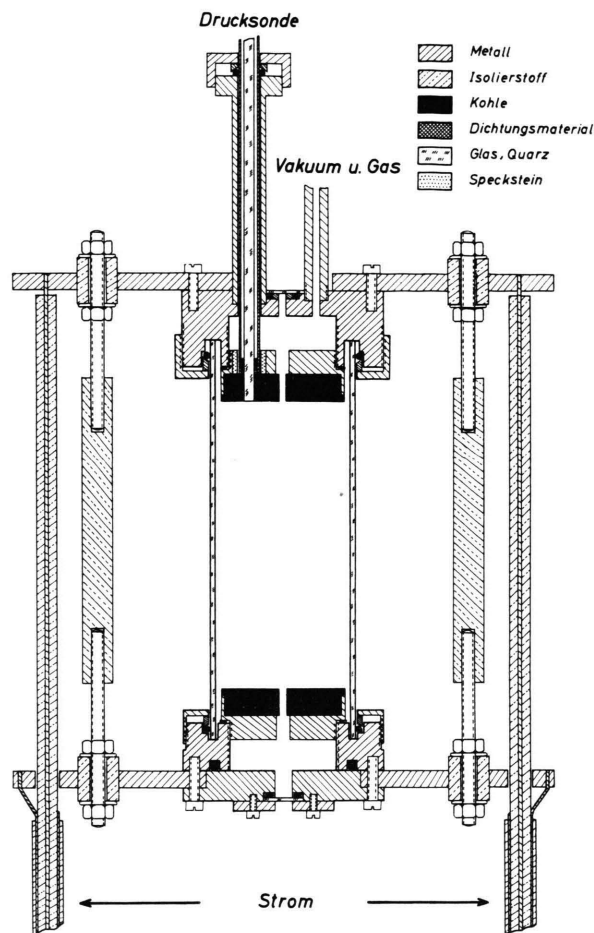


Abb. 1. Schnitt durch das Entladungsrohr.

äußere Glaswandung gepreßt wurden. Mit den Endverschlüssen verschraubte Elektroden — Eisenfassungen mit eingesetzter geschlitzter Kohlescheibe — sorgten für die homogene Einspeisung des Entladungsstromes über den ganzen Querschnitt. Um hinreichend unreinigungsfreie Spektren zu erhalten, wurden die Elektrodenscheiben aus der Reinkohle EK 506 (Ringsdorff) gefertigt. Der Vakuum- und Füllgasanschluß war mit dem oberen Endverschluß verbunden; die Einführung der Druckmeß-Sonde⁶ geschah ebenfalls von oben mittels Rundschnurringdichtung. Zur Verbindung der Endverschlüsse mit den Kollektoren dienten Schrauben, die jeweils auch die Fenstereinsätze zur end-on-Beobachtung vakuumdicht an die Endverschlüsse preßten.

⁶ K. BÜCHL, Laborbericht, Institut für Plasmaphysik Garching, IPP-1/11 [1963].

⁷ E. TREFFTZ, A. SCHLÜTER, K. H. DETTMAR u. K. JÖRGENSEN, Z. Astrophys. **44**, 1 [1957]. — E. A. HYLLEAAS, Z. Physik **106**, 395 [1937]. — L. GOLDBERG, Astrophys. J. **90**, 414 [1939]. — H. R. GRIEM, US-Naval Research Report NRL-6085 [1964].

C. Diagnostische Ergebnisse

Für die Untersuchung der mit der beschriebenen Anordnung erzeugbaren Spektren beschränken wir uns zunächst auf Helium als Füllgas. In diesem Fall sind Übergangswahrscheinlichkeiten⁷ und Linienbreiten⁸ mit hinreichender Genauigkeit bekannt, so daß spektroskopische Untersuchungen der Entladung besonders einfach werden.

a) Die Messung des Stromimpulses

Die Messung des Stromimpulses geschah durch eine Probespule, die in die letzte Induktivität des Kettenleiters eingeführt war. Die \dot{I} -Signale wurden elektronisch integriert. Die so erhaltenen Stromimpulse zeigten gute Annäherung an Rechteckimpulse mit Anstiegssteilheiten von 6 kA/ μ sec.

b) Die Druckmessung

Zur Messung des Druckverlaufs im Plasma der Entladung war eine piezoelektrische Sonde durch die obere Elektrode (Anode) mit ihrem Druckleiter in das Plasma eingeführt. Das Schutzrohr verblieb dabei innerhalb der Elektrode, um Störungen durch Erwärmung der Sonde zu vermeiden. Der Aufbau der Sonde entsprach im allgemeinen⁶; der Durchmesser des Druckleiters aus Quarz betrug 2,5 mm.

Typische Oszillogramme des Druckverlaufs⁹ zeigen die Einstellung des stationären Zustandes in Zeiten kleiner als 10 μ sec, in Übereinstimmung mit den Abschätzungen in A.

c) Die spektrale Emission während der Entladungsdauer

Messungen der Intensität besonders temperatur-empfindlicher Linien gestatten Aussagen über die Änderung der Temperatur während der Dauer der Entladung. Daher wurden Lichtoszillogramme der He II-Linie 4686 Å ($3^2D - 4^2F^0$ etc.) mit der Anregungsenergie 50,8 eV hergestellt. Dazu diente eine Lichtleiteranordnung, die in der Schärfenebene des Spektrographen angebracht war. Abb. 2 zeigt die so aus den Intensitätsoszillogrammen erhaltene Abhän-

⁸ H. R. GRIEM, A. C. KOLB, M. BARANGER u. G. OERTEL, Phys. Rev. **125**, 177 [1962]. — H. F. BERG, A. W. ALI, R. LINCKE u. H. R. GRIEM, Phys. Rev. **125**, 199 [1962]. — H. R. GRIEM u. C. S. SHEN, Phys. Rev. **125**, 196 [1962]; Astrophys. J. **135**, 272 [1962].

⁹ Eine Methode zur Absoluteichung solcher Sonden gibt W. KATSAROS an: Laborbericht, Institut für Plasmaphysik Garching, IPP-1/46 [1966].

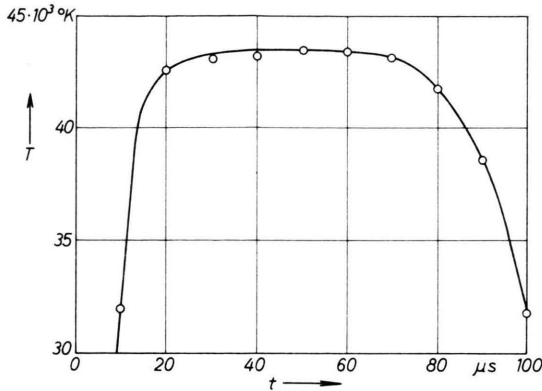


Abb. 2. Der Temperaturverlauf in der Rohrmittle während der Entladungsdauer.

gigkeit der Achsentemperatur von der Entladungsdauer für die Bedingungen $N_e = 2 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ und $kT = 4,0 \text{ eV}$.

d) Schmieraufnahmen

Zur Untersuchung der räumlichen Homogenität und der zeitlichen Konstanz der Entladung dienen Schmieraufnahmen. Dazu wurde der jeweils zu untersuchende Querschnitt der Entladung (side-on) über einen Spalt und einen Drehspiegel auf den Film abgebildet. Die Auslösung der Batterie geschah dann bei geeigneter Stellung des Drehspiegels.

Die erhaltenen Aufnahmen zeigen gute Homogenität der Entladung für Bereiche bis unmittelbar vor der Anode. Die auftretenden Anfangsstörungen entsprechen den in Abschnitt A abgeschätzten Zeiten. Vor der Kathode jedoch ist das Plasma stark gestört durch Dampfstrahlen, die durch Verdampfung und Zerstäubung der Kohlelektroden entstehen. Strahlungsbeiträge aus dieser Schicht sind jedoch wegen des Überwiegens der homogenen Zonen bedeutungslos.

e) Spektroskopische Messungen

Mit Hilfe der für Helium mit hinreichender Genauigkeit bekannten Atomkonstanten (wie Linienbreiten und Linienprofile⁸ und Übergangswahrscheinlichkeiten⁷) können die Plasmaparameter — Elektronendichte, Temperatur, Druck — als Funktion des Abstandes von der Achse bestimmt werden.

Absolute Intensitätsmessungen der Heliumlinien He I 5015, He I 4471 und He II 4686 wurden auf photographischem Wege ausgeführt.

Dazu diente ein Dreiprismen-Glasspektrograph nach FÖRSTERLING (Brennweite der Kamera $f = 27 \text{ cm}$) mit einer Lineardispersion von 27 Å/mm bei 4000 Å und 80 Å/mm bei 5500 Å . Das Aufnahmematerial war Perutz Superomnia 20° DIN, entwickelt in Strobfin. Die Abbildung des Entladungsrohrquerschnitts auf den Spektrographenspalt erfolgte über zwei Objektive (Xenar 48 cm, Xenon 10 cm im Maßstab 1 : 4,85).

Zur Kalibrierung der Platten wurde der Anodenkrater eines Kohlebogens mit einem Objektiv (Projektor 30 cm) auf eine Blende abgebildet, und diese dann mit einem weiteren Objektiv (Xenar 24 cm) verkleinert über einen Drehspiegel auf den Spalt des Spektrographen. Die Achse des Drehspiegels war so orientiert, daß er das Licht senkrecht zur Dispersionsrichtung über den Spalt wischte. Zur Ausblendung eines Impulses diente ein Zentralverschluß, dessen Öffnungszeit auf die reziproke Drehspiegelfrequenz eingestellt war.

Um sicherzustellen, daß der Spiegel während der Öffnung des Verschlusses auch gerade einmal den Spalt belichtet hatte, war in dessen Nähe ein Spiegel angebracht, der das Licht zur photoelektrisch-oszilloskopischen Kontrolle auf eine Photozelle sandte.

Unterschiedliche Lichtverluste im Plasma- und Kalibrationsstrahlengang wurden photoelektrisch vermessen und berücksichtigt.

Die notwendigen Schwärzungsstufen lieferte ein im Kalibrationsstrahlengang vor dem Spalt angebrachtes photoelektrisch in Abhängigkeit von der Wellenlänge vermessenes Stufenfilter.

Für die Auswertung wurden die Intensitäten des Kohlekraters nach MEHLTRETTNER¹⁰ zugrunde gelegt¹¹.

f) Die Ergebnisse der spektroskopischen Untersuchungen

Zur Ermittlung der Plasmaparameter (Elektronendichte, Temperatur, Druck) wurden nach Ausführung der ABEL-Inversion¹² die Linienprofile direkt mit den theoretisch berechneten⁸ verglichen: dieses ergibt dann die Radialverteilung der Elektronendichte, wie sie Abb. 3 zeigt. Aus dem Verhältnis He II/He I folgte dann die radiale Temperaturverteilung, die Abb. 4 zu entnehmen ist. Die Druckverteilung (Abb. 5) letztlich erhielt man aus den absoluten Intensitätsprofilen der Linien bei bekannter Temperatur.

¹⁰ J. P. MEHLTRETTNER, Dissertation, Universität Heidelberg 1962.

¹¹ Neuere Messungen geben im Sichtbaren nur geringe Unterschiede: H. MAGDEBURG u. U. SCHLEY, Z. Angew. Phys. 20, 465 [1965].

¹² J. RICHTER u. U. SÖRENSEN, ABEL-Matrix, Kiel 1961 (unveröffentlicht).

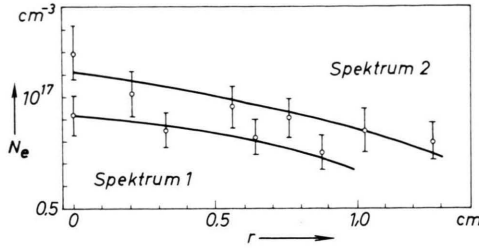


Abb. 3. Elektronendichteprofile von Entladungen in Helium.
Spektrum 1: Fülldruck 6,0 Torr, Ladespannung 6 kV;
Spektrum 2: Fülldruck 13,5 Torr, Ladespannung 6 kV.

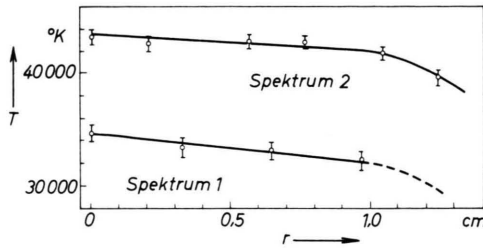


Abb. 4. Radiale Temperaturprofile von Entladungen in Helium.
Spektrum 1: Fülldruck 6,0 Torr, Ladespannung 6 kV;
Spektrum 2: Fülldruck 13,5 Torr, Ladespannung 6 kV.

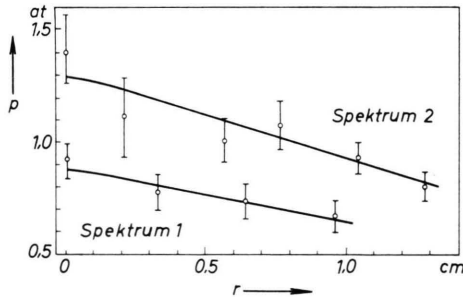


Abb. 5. Druckprofile in Heliumentladungen.
Spektrum 1: Fülldruck 6,0 Torr, Ladespannung 6 kV;
Spektrum 2: Fülldruck 13,5 Torr, Ladespannung 6 kV.

Auffällig und allen Profilen gemeinsam ist der nur geringe Abfall der Zustandsparameter in den mittleren Bereichen des Entladungsquerschnitts, der auf die untergeordnete Bedeutung der Wärmeleitung für den Energiehaushalt hinweist.

D. Betrachtungen zur Energiebilanz der Entladung

Für den Temperaturabfall über den Querschnitt der Entladung kommen der Energieverlust durch Wärmeleitung und durch Strahlung in Betracht. Wir

setzen im folgenden stationäre Verhältnisse voraus (deren Einstellung uns später noch beschäftigen wird) und schätzen die Bedeutung der einzelnen Verlustprozesse gesondert ab.

a) Beschreibung des Temperaturprofils durch Wärmeleitprozesse

Spielt der Energieverlust durch Wärmeleitung eine bedeutende Rolle, so kann das Temperaturprofil als Lösung der ELENBAS-HELLERSchen Differentialgleichung⁵

$$\operatorname{div}(\kappa \operatorname{grad} T) + \frac{j^2(T)}{\sigma(T)} = 0 \quad (1)$$

mit κ bzw. σ als Wärmeleitfähigkeit bzw. elektrischer Leitfähigkeit erhalten werden.

Im Anschluß an¹³ ist für vollionisierte Gase (diese Näherung ist für das hier zu untersuchende Plasma gut erfüllt):

$$\sigma = \frac{2 m_e v_e^2}{e^2 Z \log q} \left(\frac{2}{3 \pi} \right)^{1/2} \gamma_e \quad (2)$$

$$\text{und} \quad \kappa = \frac{20 m_e k v_e^5}{3 e^4 Z \log q} \left(\frac{2}{3 \pi} \right)^{1/2} \delta_T \left(1 - \frac{3}{5} \frac{\delta_e \gamma_T}{\delta_T \gamma_e} \right) \quad (3)$$

$$\text{mit} \quad v_e = \left(\frac{3 k T}{m_e} \right)^{1/2} \quad (4) \quad \text{und} \quad q = \frac{k T}{e^2 Z n_1^{1/4}}; \quad (5)$$

Z ist die effektive Kernladungszahl, δ_e , δ_T , γ_e , γ_T sind von SPITZER und HÄRM¹⁴ berechnete Koeffizienten.

Für den radialsymmetrischen Fall wird die ELENBAS-HELLERSche Differentialgleichung (1) zu

$$\kappa \frac{d^2 T}{dr^2} + \frac{d\kappa}{dT} \left(\frac{dT}{dr} \right)^2 + \frac{\kappa}{r} \frac{dT}{dr} + \frac{j^2(T)}{\sigma(T)} = 0 \quad (5)$$

Es ist

$$\kappa \sigma = 1080 \frac{k^5}{m_e e^6 (Z \log q)^2} \left(\frac{2}{3 \pi} \right)^2 \delta_T \gamma_e \cdot \left(1 - \frac{3}{5} \frac{\delta_e \gamma_T}{\gamma_e \delta_T} \right) T^4 = C_1 T^4 \quad (6)$$

und

$$\kappa \frac{d\kappa}{dT} \left(\frac{dT}{dr} \right)^2 = 580 \frac{k^5}{m_e e^6 (Z \log q)^2} T^3 \left(\frac{dT}{dr} \right)^2 = C_2 T^3 \left(\frac{dT}{dr} \right)^2. \quad (7)$$

Damit nimmt die Differentialgleichung (5) die Form

$$T^4 \frac{d^2 T}{dr^2} + \frac{C_2}{C_1} T^3 \left(\frac{dT}{dr} \right)^2 + \frac{T^4}{r} \frac{dT}{dr} + \frac{j^2}{C_1} = 0 \quad (8)$$

¹³ S. CHAPMAN u. T. G. COWLING, The Mathematical Theory of Non-Uniform Gases, Cambridge University Press, London 1953.

¹⁴ L. SPITZER u. R. HÄRM, Phys. Rev. **89**, 977 [1953].

an. Der Potenzansatz

$$T = T_0 + a r^2 + b r^4 \quad (9)$$

mit T_0 als Zentraltemperatur löst die Gl. (8). Die Bestimmung der Koeffizienten ergibt:

$$a = -\frac{j^2}{4 C_1 T_0^4} \quad \text{und} \quad b = -a^2 \frac{2 + (C_2/C_1)}{4 T_0}. \quad (10)$$

Bei Vernachlässigung des biquadratischen Gliedes erhält man für den Abstand r_1 , dem die Temperatur $T = 0$ entspricht,

$$r_1 = (-T_0/a)^{1/2}. \quad (11)$$

Für einen Radius des Entladungsrohrs von 2 cm, eine Gesamtstromstärke von 20 kA und die gemessene Zentraltemperatur $T_0 = 34\,600^\circ\text{K}$ ergibt sich:

$$r_1 = 0,2 \text{ cm}.$$

Hieraus erkennt man die Unmöglichkeit, die gemessenen Profile mit der Energieabfuhr durch Wärmeleitung zu beschreiben.

b) Die Strahlungskühlung des Plasmas

Wir legen den folgenden Betrachtungen ein Heliumplasma von $34\,600^\circ\text{K}$ bei einem Druck von $p = 0,8 \text{ atm}$ zugrunde und verzichten auf die Berücksichtigung der nach den vorliegenden Messungen nur geringen Radialabfälle der Plasmadaten in den mittleren Bereichen des Entladungsrohrs. Das wirksame Plasmavolumen sei also ein Zylinder mit dem Durchmesser $2 r_0$ und der Länge L (in den Rechnungen 4 bzw. 8 cm).

Sei die Ladespannung der Kondensatorbatterie U_0 , der Abschlußwiderstand (gleich dem Wellenwiderstand) Z , und R_p der Widerstand der Plasmasäule, so gilt für die umgesetzte elektrische Leistung

$$W_e = \frac{U_0^2}{4} \frac{R_p}{(R_p + Z)^2}, \quad (12)$$

und mit $Z \gg R_p$:

$$W_e = \frac{U_0^2}{4} \frac{R_p}{Z^2} = \frac{U_0^2}{4 Z^2} \frac{1}{\sigma} \frac{L}{\pi r_0^2}; \quad (13)$$

σ ist hierin die Leitfähigkeit des Plasmas.

Nach ¹⁵ ist:

$$\sigma = \frac{e^2}{(3 m_e k T)^{1/2}} \frac{N_e}{n_0 Q_{e0} + N_e Q_{ie}}. \quad (14)$$

Mit $Q_{e0} = 1,02 \cdot 10^{-15} \text{ cm}^2$ (l. c. ¹⁶) und

$$Q_{ie} = \frac{e^4}{(k T)^2} \ln \left(\frac{k T}{e^2 N_e^{1/2}} \right) \text{ cm}^2 \text{ (l. c. ¹⁷)}$$

ergibt sich dann mit den den zugrunde gelegten Plasmamparametern entsprechenden Teilchenzahlen:

Elektronendichte:

$$N_e = 8,44 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3},$$

Dichte der He II-Ionen:

$$n_i = n_1 = 8,34 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3},$$

Dichte der He I-Atome:

$$n_0 = 8,40 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}$$

für die Leitfähigkeit des Plasmas:

$$\sigma = 2,49 \cdot 10^2 \Omega^{-1} \text{ cm}^{-1},$$

und für $U_0 = 6 \text{ kV}$ und $Z = 0,14 \Omega$:

$$W_e = 1,18 \cdot 10^{13} \text{ erg sec}^{-1}.$$

Wir berechnen nun die Abstrahlung der Plasmasäule bei homogener Emission in alle Richtungen für die verschiedenen Prozesse.

1. Strahlungsleistung optisch dünner Linien

Für eine Spektrallinie mit der Frequenz ν_i und der Übergangswahrscheinlichkeit A_i ist die emittierte Strahlungsleistung

$$W_i = A_i h \nu_i n_i \pi r_0^2 L \quad (15)$$

und mit der Teilchenzahl im oberen Niveau

$$n_i = n \frac{g_i}{u} \exp \left(-\frac{E_i}{k T} \right) \quad (u \text{ Zustandssumme}). \quad (16)$$

Durch Summation über alle diskreten Linien der verschiedenen Ionisationsstufen (0, 1) folgt dann:

$$W^{(1)} = \pi r_0^2 L h c \left\{ \frac{n_0}{u_0} \sum_{i=0}^{n_{\max}} \frac{g_{0i} A_{0i}}{\lambda_{0i}} \exp \left(-\frac{E_{0i}}{k T} \right) + \frac{n_1}{u_1} \sum_{i=0}^{n_{\max}} \frac{g_{1i} A_{1i}}{\lambda_{1i}} \exp \left(-\frac{E_{1i}}{k T} \right) + \dots \right\}. \quad (17)$$

Nach der Regel von INGLIS und TELLER ¹⁸ ist für das hier betrachtete Plasma:

$$n_{\max} = 5,5 \approx 6.$$

Die Summation über die Linien ¹⁹ der im Sichtbaren und nahen Ultraviolett gelegenen Serien:

¹⁵ A. UNSÖLD, Physik der Sternatmosphären, 2. Aufl., Springer-Verlag, Berlin-Göttingen-Heidelberg 1955, S. 595.

¹⁶ H. W. DRAWIN, Z. Phys. **146**, 295 [1956].

¹⁷ R. S. COHEN, L. SPITZER u. P. McR. ROUTLY, Phys. Rev. **80**, 230 [1950]. — H. MAECKER, Th. PETERS u. H. SCHENK, Z. Physik **140**, 119 [1955].

¹⁸ D. R. INGLIS u. E. TELLER, Astrophys. J. **90**, 439 [1939].

¹⁹ C. W. ALLEN, Astrophysical Quantities, Athlone Press 1955. — CH. E. MOORE, A Multiplet Table of Astrophysical Interest, Princeton N.Y., und Nat. Bur. Stand., Ultraviolet Table.

He I	$2^3P - n^3S$	He I	$2^3P - n^3D$
He I	$2^1P - n^1D$	He I	$2^1P - n^1S$
He I	$2^3S - n^3P$	He I	$2^1S - n^1P^0$
He II	$3^2D - n^2F^0$ etc.		

sowie über die optisch dünnen Linien der Resonanzserie

He I	$1^1S - 5^1P$	516 Å	(l. c. ¹⁹)
He I	$1^1S - 6^1P$	508 Å	

ergibt dann $W^{(1)} = 7,88 \cdot 10^{11} \text{ erg} \cdot \text{sec}^{-1}$.

wird dieses zu

$$\begin{aligned}
 W^{(1)'} &\approx \pi r_0^2 L h c \left\{ \frac{n_0}{u_0} \sum_{\alpha} (2L_{\alpha} + 1) (2S_{\alpha} + 1) \frac{C_{\alpha}}{\lambda_{\alpha\infty}} \sum_{\gamma} \frac{1}{n_i^3} \exp\left(-\frac{E_{\alpha\infty} - (R/n_i^2)}{kT}\right) + \dots \right\} \\
 &\approx \pi r_0^2 L h c \exp\left(-\frac{E_{\infty}}{kT}\right) \left\{ \frac{n_0}{u_0} \sum_{\alpha} (2S_{\alpha} + 1) (2L_{\alpha} + 1) \frac{C_{\alpha}}{\lambda_{\alpha\infty}} \int_{\gamma} \frac{1}{n^3} \exp\left(\frac{R}{n^2 kT}\right) dn + \dots \right\} \\
 &\approx \pi r_0^2 L h c \exp\left(-\frac{E_{\infty}}{kT}\right) \left[1 - \exp\left(-\frac{R}{49 kT}\right) \right] \frac{kT}{2R} \frac{n_0}{u_0} \sum_{\alpha} (2L_{\alpha} + 1) (2S_{\alpha} + 1) \frac{C_{\alpha}}{\lambda_{\alpha\infty}} + \dots
 \end{aligned} \quad (19)$$

Die Ausführung der Summation für die allein wesentlichen He I-Serien ergibt dann:

$$W^{(1)'} = 3,68 \cdot 10^{12} \text{ erg} \cdot \text{sec}^{-1}.$$

2. Strahlungsleistung optisch dicker Linien

Optisch dicke Linien tragen zur Energiebilanz wesentlich bei, wenn sie in der Nähe des Maximums der KIRCHHOFF-PLANCK-Funktion emittiert werden.

$$\text{Sei} \quad \Delta\nu_{\text{äqu}} = \left(\frac{2\pi e^2}{m_e c} n_{00} f l \Delta\nu_{1/2} \right)^{1/2} \quad (20)$$

die Äquivalentbreite einer optisch dicken Linie; n_{00} ist die Besetzungszahl des unteren Niveaus, f die Absorptionssoszillatorenstärke und $\Delta\nu_{1/2}$ die Halbwertsbreite der optisch dünnen Linie.

Dann ist der Beitrag der optisch dicken Linien zur Strahlungsleistung:

$$W^{(2)} = \sum_i B_{\nu}(\nu_i, T) \Delta\nu_{\text{äqu}}(i) \cdot 2\pi^2 r_0 L. \quad (21)$$

Für die He I-Resonanzlinien

$1^1S - 2^1P$	(584 Å),
$1^1S - 3^1P$	(537 Å),
$1^1S - 4^1P$	(522 Å),

deren optische Dicke [abgeschätzt für die Linienmitte nach $\kappa_0 l = (2e^2 n_{00} f l) / (m_e c \Delta\nu_{1/2})$] wesentlich

Zur Berechnung der Linienstrahlung für $n > 6$ seien die Linien nach Serien (α) aufgetrennt und sodann wasserstoffähnlich approximiert. Dann ist:

$$W^{(1)'} = \pi r_0^2 L h c \left\{ \frac{n_0}{u_0} \sum_{\alpha} \sum_{\gamma} \frac{g_{\alpha i} A_{\alpha i}}{\lambda_{\alpha i}} \exp\left(-\frac{E_{\alpha i}}{kT}\right) + \dots \right\}. \quad (18)$$

Mit $A_{\alpha i} \approx C_{\alpha} / n_i^3$, $g_{\alpha i} = (2S_{\alpha} + 1)(2L_{\alpha} + 1)$

und $E_{\alpha i} \approx E_{\alpha\infty} - (R/n_i^2)$

lich größer als eins ist, ergibt dann die Summation mit den Halbwertsbreiten nach GRIEM ²⁰:

$$W^{(2)} = 1,01 \cdot 10^{12} \text{ erg} \cdot \text{sec}^{-1}.$$

3. Beiträge kontinuierlicher Emission zum Strahlungsverlust des Plasmas

Der kontinuierliche Anteil der Strahlungsemission des betrachteten Plasmazylinders ist

$$W^{(3)} = \int \varepsilon_{\nu}^{\text{tot}} d\nu dV d\Omega = \pi r_0^2 L 4\pi \int_0^{\infty} \varepsilon_{\nu}^{\text{tot}} d\nu, \quad (22)$$

worin $\varepsilon_{\nu}^{\text{tot}}$ der totale Emissionskoeffizient ist.

Nach KRAMERS ²¹ und UNSÖLD ²², NORMAN und BIBERMAN ²³ und SCHLÜTER ²⁴ ist

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_{\nu}^{\text{tot}} &= \left\{ \frac{32\pi^2 e^6}{3\sqrt{3} c h^4} \frac{h^3}{2(2\pi m_e kT)^{3/2}} \frac{2h}{c^2} \right\} \\
 &\quad \cdot T^{-1/2} [1 - e^{-h\nu/kT}] \frac{\gamma}{u_1} (\xi_{\text{geb}} + \xi_f) n_i N_e,
 \end{aligned} \quad (23)$$

worin e , c , h , k , m_e die üblichen Naturkonstanten, γ das Verhältnis: statistisches Gewicht des Elternions zu statistisches Gewicht des Wasserstoffatoms im Grundzustand und u_1 die Zustandssumme des Ions bedeuten. Die quantenmechanisch bestimmten Faktoren ξ_{geb} und ξ_f berücksichtigen die spezielle Natur des jeweiligen Atoms. Setzt man $\{ \} = A$, so ist

²⁰ H. R. GRIEM, Plasma Spectroscopy, McGraw-Hill Book Co., New York 1964.

²¹ H. A. KRAMERS, Phil. Mag. **46**, 836 [1923].

²² A. UNSÖLD, Ann. Phys. **33**, 607 [1938].

²³ L. M. BIBERMAN, G. E. NORMAN u. K. N. ULYANOV, Opt. Spectroscopy **10**, 297 [1961].

²⁴ D. SCHLÜTER, Z. Astrophys. **61**, 67 [1965].

$$W^{(3)} = 4 \pi^2 r_0^2 L A T^{-1/2} \frac{\gamma}{u_1} n_i N_e [I_1 + I_2] \quad (24)$$

$$\text{mit} \quad I_1 = \int_0^\infty \xi_{\text{geb}} (1 - e^{-h\nu/kT}) d\nu$$

$$\text{und} \quad I_2 = \frac{u_1}{\gamma} \int_0^\infty e^{-h\nu/kT} G_f d\nu.$$

ξ_{geb} wurde Rechnungen von SCHLÜTER (für 1000 Å bis 10 000 Å)²⁵ entnommen; den Gauntfaktor G_f lieferten Rechnungen von BERGER²⁶. Nach graphischer Integration ist der kontinuierliche Energiebeitrag zwischen 1000 Å und 10 000 Å dann:

$$W^{(3)} = 8,58 \cdot 10^{11} \text{ erg} \cdot \text{sec}^{-1}.$$

Zur Berechnung der im Resonanzkontinuum des neutralen Heliums enthaltenen Energiebeiträge schließen wir uns an die von DALGARNO und LYNN²⁷ angegebenen differentiellen Oszillatorenstärken $df/d\varepsilon$ (ε in Rydberg) an. Dann ist

$$\kappa_{\text{rat}} = \frac{\pi e^2}{m_e c} \frac{df}{d\nu} = \frac{\pi e^2 h}{m_e c R_\infty} \frac{df}{d\varepsilon} \quad (25)$$

und die emittierte Strahlungsleistung somit

$$W^{(3)'} = n_{00} \int \kappa_{\text{rat}} B_\nu d\nu \cdot \pi r_0^2 L 4 \pi$$

$$= 4 \pi^2 r_0^2 L n_{00} \frac{\pi e^2 h}{m_e c R_\infty} \int \frac{df}{d\varepsilon} B_\nu d\nu. \quad (26)$$

Graphische Integration ergibt wiederum:

$$W^{(3)'} = 6,26 \cdot 10^{12} \text{ erg} \cdot \text{sec}^{-1}.$$

Durch Summation über die Beiträge der verschiedenen Strahlungsverlustprozesse erhält man dann

$$W_{\text{tot}} = 1,26 \cdot 10^{13} \text{ erg} \cdot \text{sec}^{-1},$$

in guter Übereinstimmung mit der im Plasma umgesetzten elektrischen Leistung.

E. Die Anfangsphase der Entladung und die Einstellung stationärer Verhältnisse

Während die bisherigen Betrachtungen die Energiebilanz im stationären Zustand behandelten, bleibt nun noch die Einstellzeit für die Stationarität abzuschätzen.

Sei $E dV$ die innere Energie eines Volumelementes dV im Plasma

$$E dV = [\frac{3}{2} (n_0 + n_1 + N_e) k T + n_1 \chi_0] dV \quad (27)$$

mit χ_0 als Ionisationsenergie, so gilt die folgende Bilanz:

$$w_e = w_s + dE/dt, \quad (28)$$

worin w_e die im Volumelement umgesetzte elektrische Leistung und w_s die Strahlungsverlustleistung bedeuten.

Die ungenaue Kenntnis der Anfangsphase der Entladung (thermisches Gleichgewicht, Stoßwellen als Folge des Durchzündens in Kanälen etc.) läßt die Lösung dieser Gleichung für homogen ausgefülltes Entladungsrohr nicht ratsam erscheinen.

Integriert man (28) über den Querschnitt des Rohres und bis zu einer Zeit τ , in der stationäre Bedingungen herrschen, so folgt:

$$\int_0^\tau W_e dt = \int_0^\tau W_s dt + E(\tau). \quad (29)$$

Andererseits ist der Entladungsstrom in erster Näherung

$$I(t) = \beta t \quad \text{mit } \beta \text{ als Stromanstieg,} \quad (30)$$

und die Spannung über dem Entladungsrohr

$$U(t) = \frac{1}{2} U_0 - Z I(t), \quad (31)$$

woraus dann folgt:

$$\frac{1}{4} U_0 \beta \cdot \tau^2 - \frac{1}{3} Z \beta^2 \cdot \tau^3 = \int_0^\tau W_s dt + \pi r_0^2 L E(\tau),$$

worin $E(\tau)$ die Gleichgewichtsdichte der inneren Energie ist. Vernachlässigt man den Strahlungsanteil, so ergibt sich als untere Grenze:

$$\tau \approx 4 \mu\text{sec}.$$

F. Schlußbemerkung

Stromstarke Impulsentladungen von ca. 60 μsec Dauer in weiten Röhren wurden mit verschiedenen diagnostischen Methoden untersucht. Die Plasma-parameter zeigten nur geringe Gradienten in den mittleren Bereichen des Entladungsquerschnitts. Betrachtungen der Energiebilanz führten zu dem Schluß, daß Strahlungsverluste zur Einstellung stationärer Bedingungen wesentlich sind. Daher können bei der Berechnung des Plasmas in solchen Entladungen Diffusionsteilchenströme unberücksichtigt bleiben.

Impulsentladungen der beschriebenen Art gestatten spektroskopische Untersuchungen von Gasen

²⁵ D. SCHLÜTER, private Mitteilung.

²⁶ J. M. BERGER, *Astrophys. J.* **124**, 550 [1956].

²⁷ A. DALGARNO u. N. LYNN, *Proc. Phys. Soc. London (A)* **70**, 802 [1957].

oder leicht verdampfbaren Substanzen selbst dann, wenn diese als Brenngas in Lichtbögen wegen ihrer leichten Zersetzlichkeit oder gar Explosionsneigung schwierig zu handhaben sind. Zudem gestattet die weitgehende zeitliche Konstanz der Entladungsparameter den Verzicht auf Zeitauflösung bei der Herstellung der Spektren; Anfangs- und Endphase der

Entladung können in einfacher Weise mittels einer Sektorscheibe unterdrückt werden.

Dem Direktor des Instituts für Experimentalphysik, Herrn Prof. Dr. W. LOCHTE-HOLTGREVEN, sei gedankt für die stete Förderung bei der Durchführung dieser Untersuchungen. Dem Bundesminister für wissenschaftliche Forschung schulden wir Dank für die Unterstützung dieser Arbeit durch Sachmittel.

Bestimmung der mittleren Agglomeratgröße und des Restgasanteils kondensierter Molekularstrahlen durch Streuung eines K-Atomstrahls

H. BURGHOF und J. GSPANN

Institut für Kernverfahrenstechnik der Technischen Hochschule und des Kernforschungszentrums Karlsruhe

(Z. Naturforschg. **22 a**, 684—689 [1967]; eingegangen am 24. Februar 1967)

The mean size of the clusters in a condensed nitrogen molecular beam is evaluated from the attenuation of a potassium atomic beam crossing the nitrogen beam at right angles. The method is based on the fact that molecules in a cluster will shield each other and therefore contribute the less in the scattering processes the larger the cluster is. The percentage of unclustered molecules in the condensed beam is determined by measuring the decrease of the potassium beam attenuation resulting from filtering the condensed nitrogen beam with a scattering chamber. Assuming a spherical drop as a model for the clusters the average number of molecules per cluster can be estimated from the measured effective cross sections. It increases from 160 to 6500 when the nitrogen source pressure is increased from 100 to 700 mm Hg. At the same time the percentage of single molecules in the original condensed beams decreases from 30% to 0.15% of the total beam intensity.

Bei der Expansion eines Gases aus einer Düse kann infolge der Temperaturerniedrigung eine teilweise Kondensation des Strahlgases eintreten. BECKER, BIER und HENKES¹ fanden, daß die dabei gebildeten Molekülagglomerate über Druckschleusen ins Hochvakuum überführt werden können. Es entstehen „kondensierte Molekularstrahlen“, die sich durch besonders hohe Molekülstromdichte und räumlich scharfe Begrenzung auszeichnen.

Kondensierte Molekularstrahlen haben vor allem wegen ihrer möglichen Anwendung für Kernfusionsexperimente Interesse gefunden². In diesem Zusammenhang ergibt sich die Frage, welche mittlere Größe die Agglomerate in den Molekularstrahlen unter verschiedenen Erzeugungsbedingungen erreichen und wie groß der Anteil der restlichen Einzelmoleküle an der Gesamtintensität ist. Agglomerat-Ionen, die beim

Beschuß neutraler Agglomerate mit Elektronen entstehen, wurden von HENKES³ massenspektrometrisch und von HAGENA und BAUCHERT⁴ mit Hilfe einer elektrischen Gegenfeldanordnung untersucht. Dabei wurden mit CO₂ als Strahlgas mittlere Molekelzahlen pro Ion bis zu 2000 beobachtet. Bei beiden Verfahren zeigte sich jedoch eine Abhängigkeit des Ionenspektrums bzw. der mittleren Ionengröße von der Energie der ionisierenden Elektronen in dem Sinne, daß energiereichere Elektronen mehr kleine Ionen liefern. Es muß daher damit gerechnet werden, daß sich das Spektrum der Ionen erheblich von dem der neutralen Agglomerate des ursprünglichen Molekularstrahls unterscheidet.

BECKER, KLINGELHÖFER und LOHSE⁵ wiesen die wesentlich größere Persistenz der kondensierten Molekularstrahlen gegenüber den nichtkondensierten

¹ E. W. BECKER, K. BIER u. W. HENKES, Z. Phys. **146**, 333 [1956].

² E. W. BECKER, Beams of Condensed Matter in High Vacuum, Vortrag Brookhaven Conference on Molecular Beams, Heidelberg 1959. — E. W. BECKER, R. KLINGELHÖFER u. P. LOHSE, Z. Naturforschg. **15 a**, 644 [1960]. — W. HENKES, Phys. Lett. **12**, 322 [1964]. — E. W. BECKER u. R. KLINGELHÖFER, Plasma Physics (J. Nucl. Energy, Part C) **8**, 413 [1966].

³ W. HENKES, Z. Naturforschg. **16 a**, 842 [1961]; **17 a**, 786 [1962].

⁴ J. BAUCHERT u. O. HAGENA, Z. Naturforschg. **20 a**, 1135 [1965].

⁵ E. W. BECKER, R. KLINGELHÖFER u. P. LOHSE, Z. Naturforschg. **17 a**, 432 [1962].